

Petr JANAS¹, Martin KREJSA², Vlastimil KREJSA³

**SOUČASNÉ MOŽNOSTI PŘÍMÉHO DETERMINOVANÉHO PRAVDĚPODODBNOSTNÍHO
VÝPOČTU PŘI POSUZOVÁNÍ SPOLEHLIVOSTI KONSTRUKCÍ**

Abstract

The Direct Determined Fully Probabilistic Method ("DDFPM") was originally developed as a Monte Carlo alternative to SBRA the development of which started in the mid of 1980's. Both for SBRA and DDFPM, input random quantities (such as the load, geometry, material properties, or imperfections) are applied. The description of the random quantities is expressed by the non-parametric distribution in histograms. DDFPM is based on general terms and procedures used in probabilistic theories. DDFPM applications are processed in ProbCalc – this software is being improved all the time. It is rather easy to implement an analytical transformation model of the specific probabilistic application into ProbCalc. The reliability function under analysis can be expressed in ProbCalc analytically as a sign arithmetic expression (using the so-called calculator) or can be expressed using data from the dynamic library (the file with DLL extension) where the library can be created in any programming language (for instance, in Borland Delphi). DDFPM is currently able to solve a number of probabilistic computations. There are however certain constraints resulting from extensive applications where too many simulations exist. For that reason, the software includes a number of optimizing procedures extending considerably the applicability options, maintaining, at the same time, the reliable results of the computation.

ÚVOD

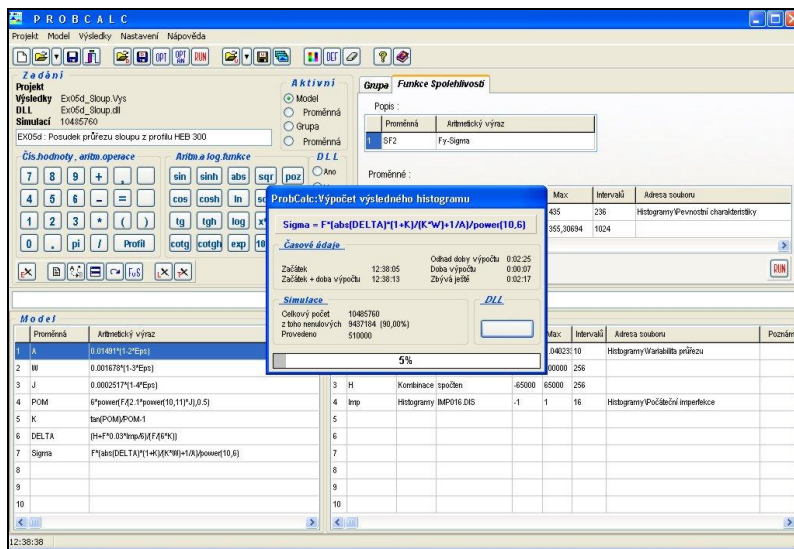
Metoda přímého determinovaného pravděpodobnostního výpočtu (PDPV) byla původně vyvíjena jako alternativa simulační techniky Monte Carlo v metodě SBRA, vyvíjené od 2. poloviny 80 let minulého století. Stejně jako u této metody jsou i u PDPV vstupní proměnlivé náhodné veličiny (zatížení, geometrické a materiálové charakteristiky, imperfekce ad.) vyjádřeny histogramy vyjádřené tzv. neparametrickým rozdělením, přičemž metoda není omezena ani pro použití parametrických rozdělení. Postup PDPV vychází ze základních pojmů a postupů teorie pravděpodobnosti. Pro aplikaci PDPV lze v současné době využít programový systém ProbCalc (viz obr.1, [6], [7]), jenž je stále rozvíjen. Lze něj do implementovat relativně jednoduše analytický transformační model dané konkrétní řešené pravděpodobnostní úlohy. Analyzovaná funkce spolehlivosti může být v tomto programu vyjádřena analyticky formou aritmetického výrazu ve znakové podobě (s využitím tzv. kalkulačky) nebo pomocí tzv. dynamické knihovny DLL (stejně jako např. v programu Freet viz [9]), která může být vytvořena v kterémkoliv programovacím jazyce (např. Borland Delphi).

Metodou PDPV je možno v současné době řešit řadu pravděpodobnostních výpočtů. Počet náhodných veličin vstupujících do výpočtu pravděpodobnosti poruchy je však omezen možnostmi danou úlohu numericky zvládnout. Při velkém počtu náhodně proměnných je totiž úloha časově velmi náročná i při dostupné výkonné výpočetní technice.

¹ Doc.Ing., CSc., VŠB-TUO, FAST, Katedra stavební mechaniky, Ludvíka Podéště 1875, 708 33 Ostrava - Poruba, e-mail: petr.janas@vsb.cz

² Ing., Ph.D., VŠB-TUO, FAST, Katedra stavební mechaniky, Ludvíka Podéště 1875, 708 33 Ostrava - Poruba, e-mail: martin.krejsa@vsb.cz

³



Obr.1 Pracovní plocha programu ProbCalc

Má-li se uvedená metoda využívat při posuzování spolehlivosti konstrukcí případně i při jiných pravděpodobnostních výpočtech, pak musí být snadno aplikovatelná a to nejen pro relativně jednoduché výpočty, kdy transformační vztahy lze vyjádřit analyticky, ale také pro složitější dnes však běžně využívané výpočetní modely, při jejichž aplikaci se dnes posuzuje spolehlivost konstrukcí pravděpodobnostně [10]. Z tohoto důvodu je do programu ProbCalc implementována řada optimalizačních postupů, které možnosti aplikace metody podstatně rozšiřují při zachování korektnosti postupu řešení.

OPTIMALIZACE PRAVDĚPODOBNOSTNÍHO VÝPOČTU

Postupy souhrnně označované jako optimalizační, byly aplikovány i v programu ProbCalc při řešení některých pravděpodobnostních výpočtů. V současné době se jako účinné nástroje pro snížení požadovaných počtů operací ukazují následující optimalizační metody:

Grupování proměnných

Tento postup je aplikován např. v situacích, kdy je kombinace zatížení tvořena několika složkami náhodně proměnných zatížení se stejným působištěm, takže je pak lze vyjádřit jediným společným histogramem. Lze využít i v obdobných situacích s jinými vstupními či výstupními veličinami.

Snižování počtu intervalů v histogramech vstupních veličin

Tento způsob zrychlení výpočtu se využívá tak, aby nebyl podstatně ovlivněn výsledek a korektnost řešení úlohy byla zachována. Při tomto postupu se proto nejdříve testuje vliv počtu intervalů každé náhodné veličiny na výsledek řešení a následně se tento počet intervalů minimalizuje. V programu ProbCalc se tato optimalizační metoda uplatňuje pod označením „Intervalová optimalizace“.

Vyloučení intervalů jednotlivých histogramů vstupujících do výpočtu

Eliminace intervalů histogramů vstupních veličin se týká pouze těch intervalů, které se na výsledné pravděpodobnosti poruchy jednoznačně nepodílejí. V případě, kdy porucha dle (8) je dána rozdílem dvou „useknutých“ histogramů, je tento postup relativně jednoduchý a snadno zvládnutelný. Vstupuje-li do výpočtu pravděpodobnosti poruchy větší počet náhodných veličin vyjádřených histogramy, pak je algoritmus řešení podstatně složitější. V každém histogramu mohou vznikat až tři typy intervalů – zón, lišících se svým podílem na pravděpodobnosti vzniku poruchy, a to :

(a) **Typ I**

Podílí se na pravděpodobnosti poruchy vždy.

(b) **Typ II**

Na pravděpodobnosti poruchy se může a nemusí podílet.

(c) **Typ III**

Na pravděpodobnosti poruchy se nepodílí.

V programu ProbCalc se tato optimalizační metoda uplatňuje pod označením „Zonální optimalizace“.

Grupování dílčích výsledků výpočtu

Z výpočetního modelu lze separovat některé výsledné veličiny a zpracovat je odděleně až po provedení výpočtu. Takto lze pracovat například s funkcí spolehlivosti, kdy je odolnost konstrukce vyjádřena vstupním histogramem (napětí na mezi kluzu) nebo konstantní hodnotou (tolerovaná deformace), a účinek zatížení je získán výpočtem.

Kombinace uvedených optimalizačních postupů

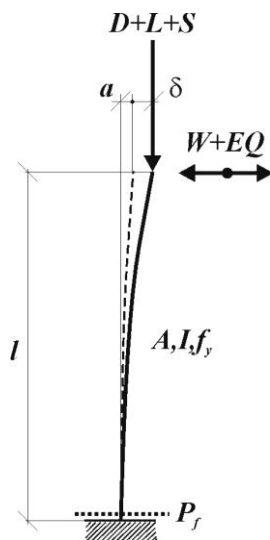
Uvedené postupy lze navzájem kombinovat, čímž lze dosáhnout ještě výraznějšího zrychlení výpočtu.

Použití uvedených optimalizačních metod v rámci pravděpodobnostního výpočtu programem ProbCalc je ukázáno i v následujícím textu.

PŘÍKLAD POSUDKU SPOLEHLIVOSTI VYBRANÉ KONSTRUKCE

Řešený příklad posudku spolehlivosti nosné konstrukce byl zvolen s ohledem na snahu názorně analyzovat možnosti optimalizace výpočtu z hlediska dosažení minimálního strojového času výpočtu.

Na obr.2 je statické schéma konstrukce vetknutého sloupu, jehož spolehlivost byla pravděpodobnostně posouzena s využitím programu ProbCalc. Výška sloupu l byla volena 6 m, průřez sloupu je tvořen válcovaným profilem HEB 300 z oceli Fe360/S235 a modulu pružnosti v tlaku a v tahu $E = 2,1.108$ kPa. Maximální počáteční imperfekce sloupu a je rovna +/- 30 mm. Ve výpočtu se objevuje 5 složek zatížení. Její návrhové hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.



Obr.2 Schéma vyšetřované konstrukce

Tab.1 Vstupní údaje zatížení

Označení	Typ zatížení	Návrhová hodnota [kN]
D	Stálé	350
L	Dlouhodobé nahodilé	75
S	Krátkodobé nahodilé	75
W	Vítr	40
EQ	Zemětřesení	$\frac{1}{20} \cdot (D + L + S) = 25$

Pro výpočet maximálního vodorovného posunutí dle teorie II. řádu s uvažováním vlivu počátečních imperfekcí se použil vztah vyplývající z řešení publikovaného v [11]:

$$\delta = \frac{W + EQ + \frac{a}{l} \cdot F}{\frac{F}{l \cdot K}}, \quad (1)$$

kde

$$K = \frac{\tan \sqrt{\frac{F}{EI}}}{l \sqrt{\frac{F}{EI}}} - 1 \quad (2)$$

Ohybový moment v kritickém průřezu - ve vetknutí a normálové napětí v krajních vláknech tohoto průřezu se pak rovná:

$$M = \frac{\delta \cdot (1 + K)}{K} F \quad (3)$$

$$\sigma = \left| \frac{M}{W} \right| + \left| \frac{F}{A} \right| = F \left(\frac{|\delta| \cdot (1 + K)}{K \cdot W} + \frac{1}{A} \right) \quad (4)$$

V dalším výpočtu je analyzována funkce spolehlivosti dle mezního stavu únosnosti

$$SF = R - Q, \quad (5)$$

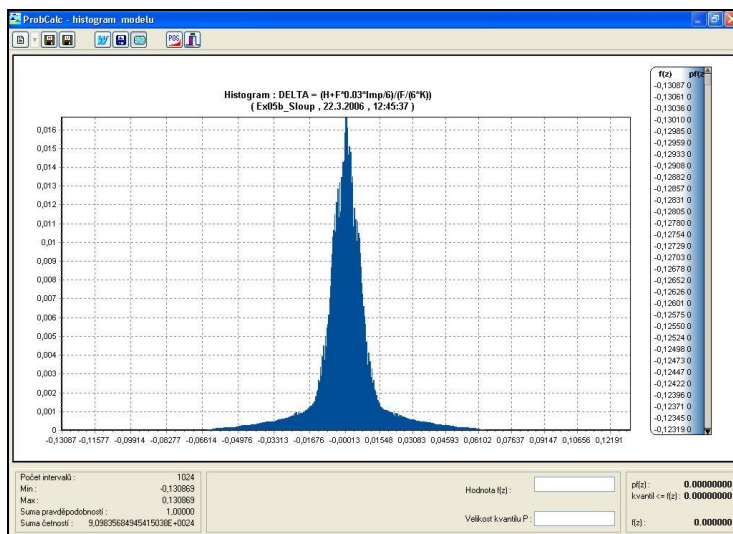
kde R je mezní hodnota normálového napětí odpovídající materiálovým vlastnostem a Q je extrémní normálové napětí ve vetknutí sloupu dle (4). Použitelnost konstrukce je vztažena k povolené hodnotě vodorovného přetvoření sloupu $\delta_{tol} = 35$ mm. Funkce spolehlivosti dle mezního stavu použitelnosti má pak tvar:

$$SF = \delta_{tol} - \text{abs}(\delta), \quad (6)$$

kde δ je hodnota skutečného maximálního vodorovného přetvoření sloupu dle (1). Ve výše uvedené tabulce 1 představuje W zatížení větrem; EQ zatížení zemětřesením; F osovou sílu působící ve

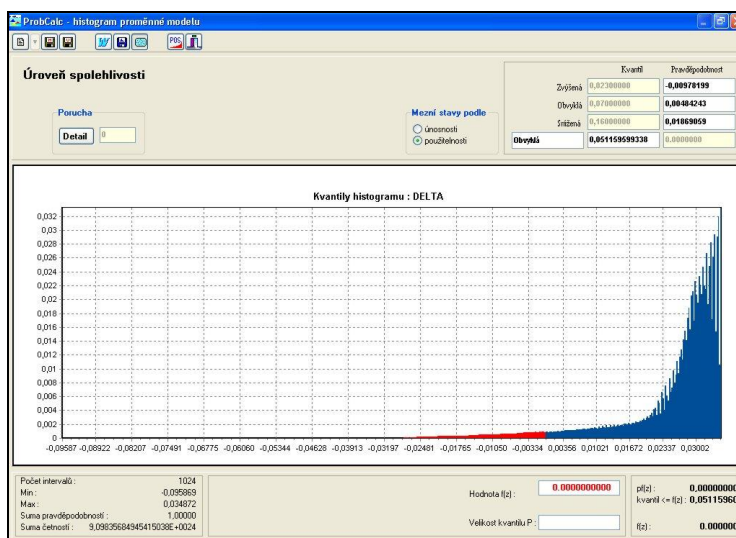
sloupu, která je tvořena variabilním zatížením stálým, dlouhodobým nahodilým a krátkodobým nahodilým; ve vzorcích je pak a imperfekce ve sloupu, l délka sloupu; I moment setrvačnosti sloupu; W průřezový modul sloupu; E modul pružnosti v tahu a v tlaku a R je napětí na mezi kluzu materiálu.

Ve výpočtu se tedy objevuje celkem 8 variabilních veličin: 5 složek zatížení (variabilita jejich působení je vyjádřena histogramy z [4]), proměnnost průřezu vlivem možného pod a převálcování (vyjádřena histogramem dle [5]), počáteční imperfekce ve sloupu (normálové rozdělení -1 až +1, histogram z [4]) a napětí na mezi kluzu f_y (histogram Tyče Fy23501.DIS z [12]). Samotný pravděpodobnostní posudek spolehlivosti byl proveden ve dvou krocích dle obou mezních stavů (5) i (6).



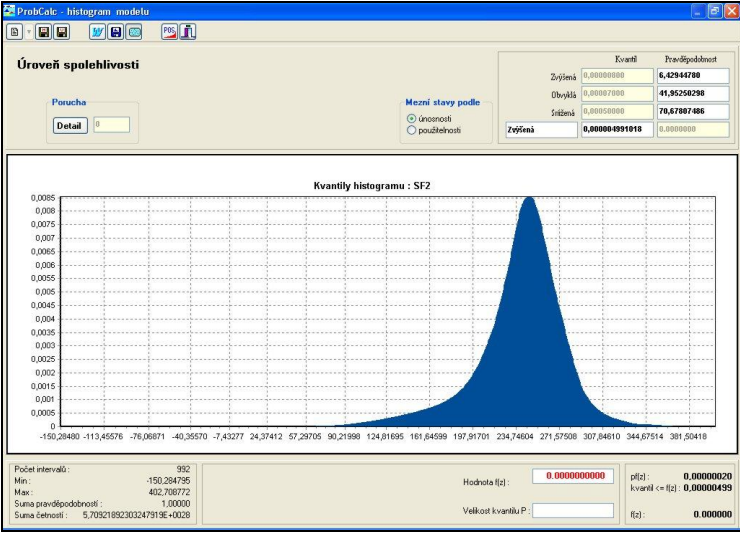
Obr.3 Výsledný histogram skutečného maximálního vodorovného přetvoření sloupu δ

Na obr. 3 je uveden výsledný histogram skutečného maximálního vodorovného přetvoření sloupu δ dle (1). Obr. 4 zobrazuje výslednou podobu histogramu funkce spolehlivosti SF dle mezního stavu použitelnosti (6), výslednou hodnotu pravděpodobnosti poruchy P_f i zařazení do příslušné úrovně spolehlivosti dle [8].



Obr.4 Výsledný histogram funkce spolehlivosti SF dle mezního stavu použitelnosti

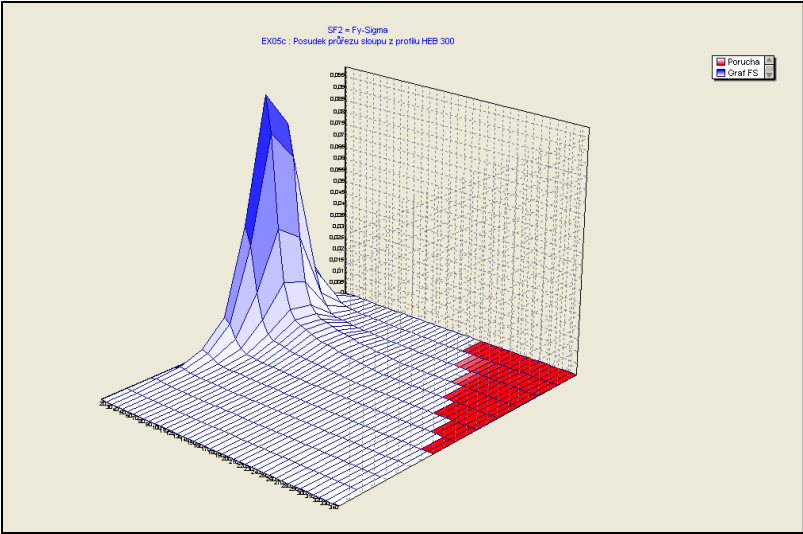
Výsledný histogram funkce spolehlivosti SF dle mezního stavu únosnosti (5), výslednou tu pravděpodobnosti poruchy P_f i zařazení do příslušné úrovně spolehlivosti dle [8] pak lze out na obr.5.



Obr.5 Výsledný histogram funkce spolehlivosti SF dle mezního stavu únosnosti

Jak lze vyčíst na uvedených obrazcích, konstrukce splňuje kritéria spolehlivosti dle obou mezních stavů. V případě mezního stavu únosnosti činí pravděpodobnost poruchy $P_f = 4,991018 \cdot 10^{-6}$, což odpovídá zvýšené úrovni spolehlivosti. Při posudku dle mezního stavu použitelnosti pak byla získána výsledná pravděpodobnost poruchy $P_f = 5,1159599338 \cdot 10^{-2}$ s odpovídající obvyklou úrovní spolehlivosti.

V poslední verzi programu ProbCalc lze funkci spolehlivosti zobrazit ve formě prostorového grafu (obr.6). Spodní osy 3D grafu představují účinek zatížení a odolnost konstrukce, svislá osa pak odpovídající pravděpodobnost výskytu dané veličiny. Červeně označená oblast grafu představuje poruchovou oblast.



Obr.6 Prostorový graf funkce spolehlivosti SF dle mezního stavu únosnosti

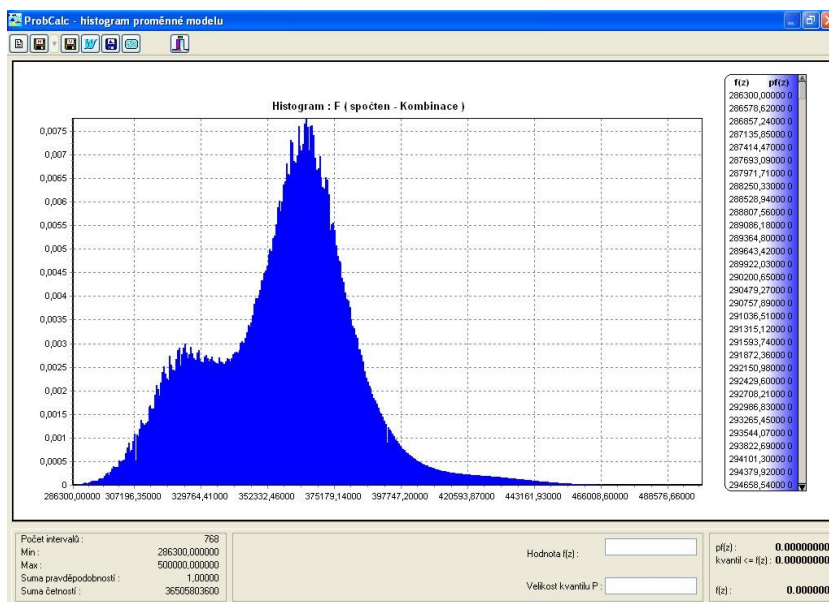
Uvedené výsledky byly získány na základě pravděpodobnostního výpočtu bez využití základních optimalizačních kroků. Zvláště v případě posudku dle mezního stavu únosnosti dosahoval strojový čas výpočtu značných hodnot a použití některého z výše popsanych optimalizačních kroků se zdá být nevyhnutelné.

ANALÝZA POUŽITÝCH OPTIMALIZAČNÍCH KROKŮ

Jak již bylo řečeno v kapitole 2, lze vysoký počet výpočetních kroků s úspěchem redukovat s využitím uvedených optimalizačních způsobů. Na řešeném příkladu lze tyto cesty k výraznému urychlení pravděpodobnostního výpočtu velmi názorně demonstrovat.

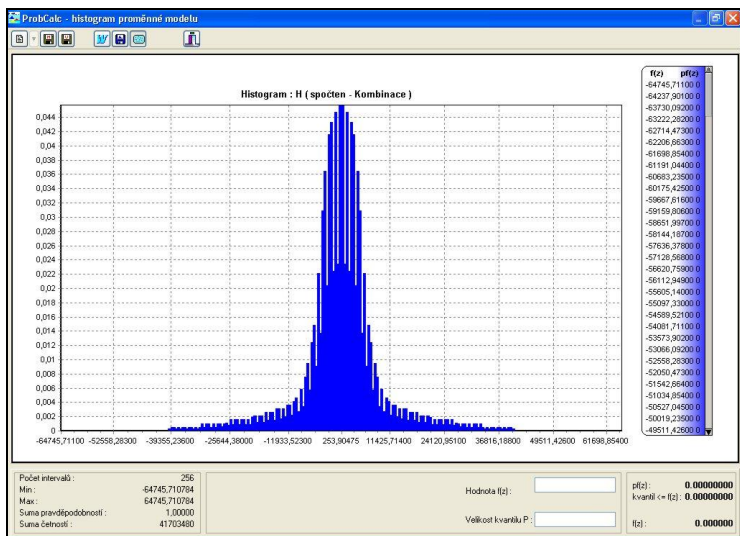
Grupování složek zatížení

Jednou z cest, jak počet operací a současně dobu výpočtu snížit, je grupování složek zatížení před samotným pravděpodobnostním výpočtem. Necht' zatížení F představuje kombinaci nahodilých zatížení D , L a S . Proměnlivost každé z těchto složek zatížení je vyjádřena histogramem, ve kterém je počet intervalů $N_j = 256 = 2^8$. Počet výpočetních operací při jejich kombinaci pak je $P = (N_j)^3 = (28)^3 = 224 = 16\,777\,216 \approx 16,8 \cdot 10^6$. Jestliže sečteme nejdříve zatížení $F_1 = D + L$, a vytvoříme histogram opět se 256 intervaly a pak této operaci odpovídá $P_1 = 256 \cdot 256 = 2^{16}$. Celkové zatížení je pak dáno $F = F_1 + S$. Histogramy F_1 a L mají každý 256 intervalů a odpovídající počet operací je opět $P_2 = 2^{16}$. Celkový počet operací je pak $P' = P_1 + P_2 = 2 \cdot 2^{16} = 2^{17} = 131\,072$, což je 128-krát méně než při nevyužití tohoto způsobu výpočtu, což se na době výpočtu projeví velmi výrazně.



Obr.7 Histogram kombinace svislých složek zatížení F

Výsledný histogram kombinace svislých zatížení je uveden na obr.7. Obdobně lze pro další výpočet využít i zatížení H jako kombinaci složek bočního zatížení W a EQ (viz obr.8).

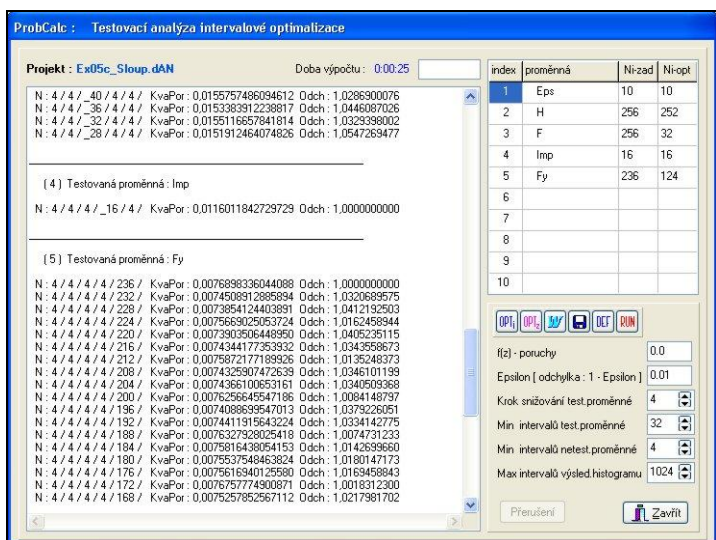


Obr.8 Výsledný histogram kombinace bočních složek zatížení H

V poslední verzi programu ProbCalc lze využít i tzv. sumárního histogramu, kde lze jednotlivým intervalům řešené grupy zadávat i váhu, což je možno s výhodou využít např. při výpočtu s tzv. větrnou růžicí.

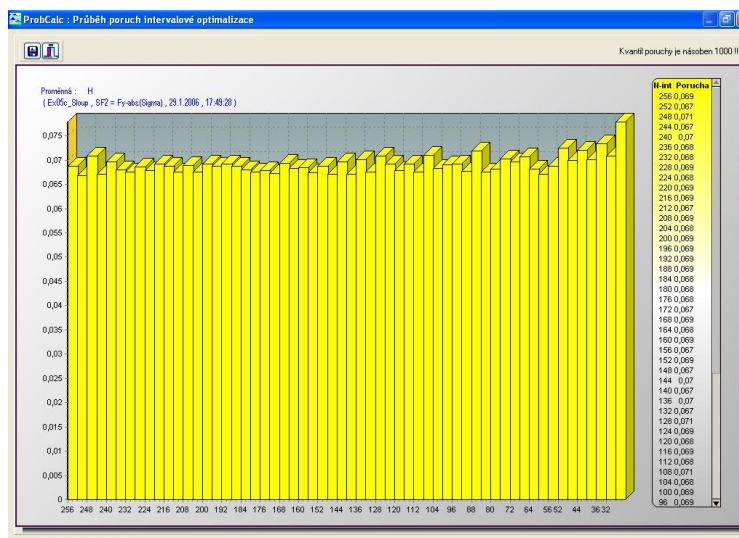
Snižování počtu intervalů proměnných vstupních veličin jednotlivých histogramů

Snižování počtu intervalů u histogramů, které vstupují do výpočtu, vede rovněž k velmi výraznému snížení výpočetních operací. Při tomto optimalizačním způsobu je však nutno ověřit, do jaké míry se zmenšení počtu intervalů projeví na výsledku. V [13] byla publikována studie, při níž se při průběžném snižování počtu intervalů vždy u jedné ze vstupních veličin sledoval rozdíl mezi dosaženou pravděpodobností poruchy a přesnou hodnotou této veličiny, získanou při výpočtu s maximálním počtem intervalů. Tímto způsobem lze také určit citlivost jednotlivých vstupních veličin ve výpočtu, což bylo implementováno i do programu ProbCalc (viz obr.9).



Obr.9 Určení citlivosti jednotlivých vstupních veličin v rámci intervalové optimalizace v programu ProbCalc

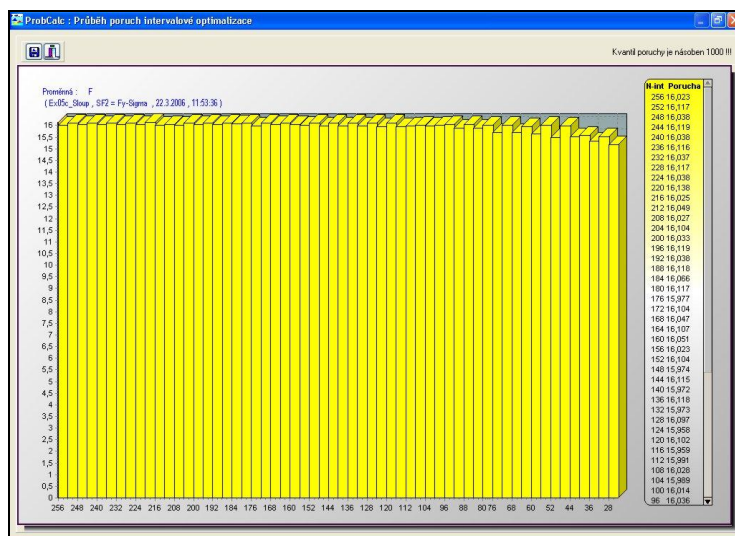
Největší rozdíly a tedy i největší citlivost při řešení posudku spolehlivosti vykazovala veličina, která se na překročení mezního vodorovného přetvoření podílí nejvíce – kombinace složek bočního zatížení H (viz obr.10).



Obr.10 Citlivostní analýza kombinace bočních složek zatížení H

Vliv této veličiny na pravděpodobnost poruchy je vysoký, počet intervalů při zachování korektnosti řešení lze snížit velmi omezeně.

Naopak na kombinaci složek svislého zatížení F lze sledovat malou citlivost a výsledná pravděpodobnost poruchy se u tohoto histogramu prakticky nemění ani při velmi malém počtu intervalů (viz obr.11).



Obr.11 Citlivostní analýza kombinace svislých složek zatížení F

Vliv této veličiny na pravděpodobnost poruchy je malý, počet intervalů při zachování korektnosti řešení lze snížit výrazně.

Vyloučení intervalů jednotlivých histogramů vstupujících do výpočtu

Žádoucí bylo rovněž zvládnutí algoritmu, při kterém by do výpočtu vstupovaly pouze ty intervaly každého histogramu, které se podílejí na poruše posuzované konstrukce. Každý histogram

vstupních veličin se skládá ze tří typů tzv. zón. Zóna typu I. se bude podílet na pravděpodobnosti poruchy vždy, tzn. při jakékoliv kombinaci intervalů zbývajících vstupních veličin (v programu ProbCalc je barevně označena červeně). Zóna typu II se na výsledné pravděpodobnosti poruchy podílí pouze částečně, pouze při některých kombinacích intervalů ostatních vstupních veličin (v programu ProbCalc je barevně označena žlutě). Zóna s intervaly typu III se na poruše konstrukce neprojeví za žádných okolností, a proto lze tedy při určování pravděpodobnosti poruchy tuto část histogramu vynechat úplně (v programu ProbCalc je barevně označena modře).

Výpočtem zkoumaného příkladu bylo ověřeno, že tímto způsobem lze upravit zejména histogram pro nejcitlivější ze vstupních veličin – histogram kombinace složek bočního zatížení. Výsledná pravděpodobnost poruchy se pak skládá ze dvou hodnot:

$$P_f(F, H, a, \varepsilon) = P_{f,I}(F, H_I, a, \varepsilon) + P_{f,II}(F, H_{II}, a, \varepsilon) \quad (7)$$

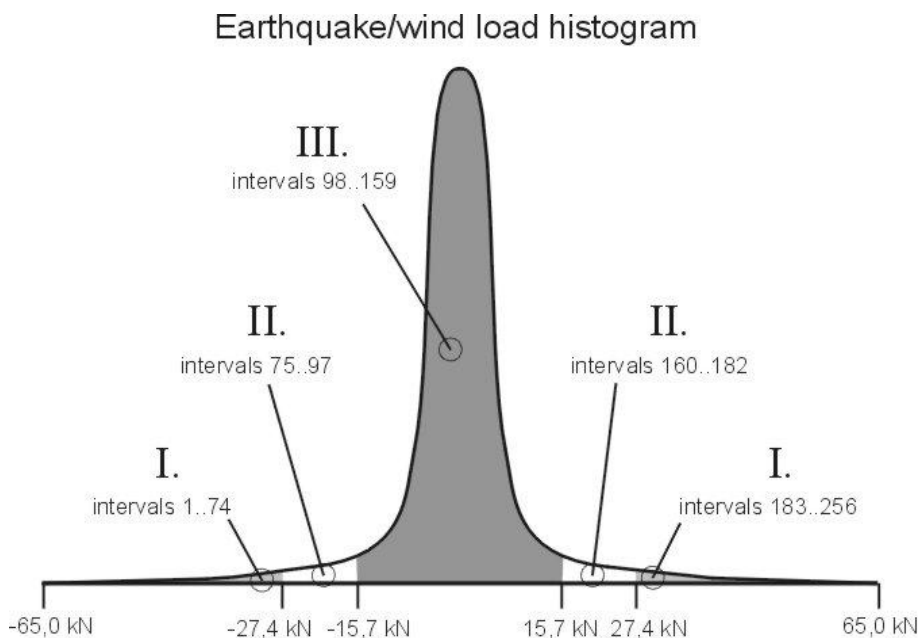
kde

$$P_{f,I}(F, H_I, a, \varepsilon) = P(H_I) \cdot P(F, a, \varepsilon) = P(H_I) \quad (8)$$

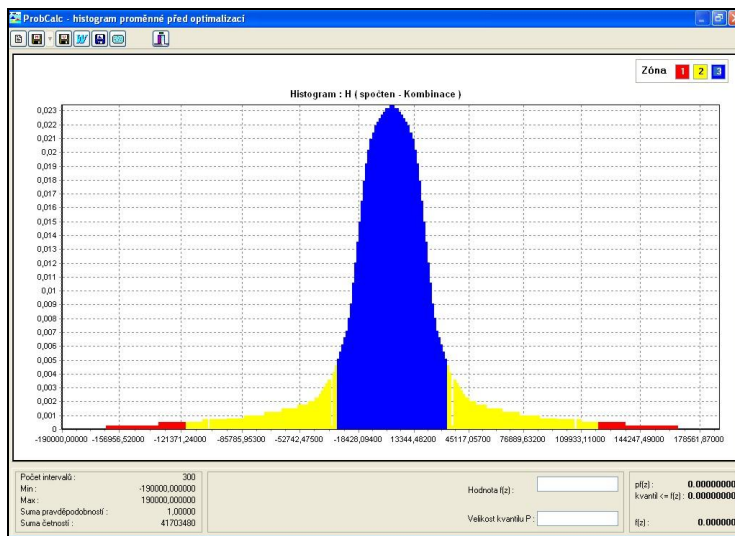
Tato hodnota je dána součtem pravděpodobností ze všech intervalů zón typu I. Po této úpravě se už na časově náročném výpočtu pravděpodobnosti poruchy P_f budou z histogramu H podílet pouze intervaly ze zón typu II.

Nevýhodou uvedeného řešení je snad nemožnost zobrazit výsledný histogram funkce spolehlivosti, který však z praktického hlediska nemá podstatný význam.

Uvedený způsob výpočtu pravděpodobnosti poruchy byl do programu ProbCalc implementován pod označením „Zonální analýza“. Výsledky analýzy histogramu H pro daný posudek jsou graficky prezentovány na obr. 12 a 13.



Obr.12 Schématické vyjádření podstaty zonální analýzy na příkladu kombinace složek bočních zatížení H



Obr.13 Grafické znázornění výsledků zonální analýzy pro kombinaci složek bočních zatížení H

Grupování dílčích výsledků výpočtu

V demonstračním příkladě byl tento optimalizační krok využitý zejména ve spojitosti s funkcí spolehlivosti SF . Po provedeném výpočtu byla separovaná funkce spolehlivosti analyzována dle mezního stavu únosnosti s využitím vypočteného účinku zatížení (normálové napětí) a zadané odolnosti konstrukce, vyjádřené napětím na mezi kluzu f_y . Analýza dle mezního stavu použitelnosti se pak opírá o vypočtenou hodnotu maximálního vodorovného přetvoření sloupu a zadané hodnoty povolené vodorovné deformace ($\delta_{tol} = 35$ mm).

ZÁVĚRY

Uvedený demonstrační příklad ukazuje, že vyvíjený SW pro PPDV je již v současné době schopen řešit řadu pravděpodobnostních výpočtů. Do vyvíjeného SW byla implementována řada optimalizačních postupů, které do značné míry pracují nezávisle na uživateli. Tyto kroky mají za cíl minimalizovat dobu výpočtu, neboť zmiňovaný algoritmus má jistá omezení daná zejména náročností rozsáhlých úloh, kdy počet simulací je velmi vysoký. V příspěvku bylo prokázáno, že v řešeném příkladě lze pravděpodobnost poruchy určit při aplikaci PPDV v reálném čase při zachování korektnosti a dostatečné přesnosti řešení.

Projekt byl realizován za finanční podpory ze státních prostředků prostřednictvím Grantové agentury České republiky. Registrační číslo projektu je 105/04/0458.

LITERATURA

- [1] JANAS, P., KREJSA, M., 2002 'Numerický výpočet pravděpodobnosti užitím useknutých histogramů', III. ročník celostátní konference Spolehlivost konstrukcí na téma: Cesty k uplatnění pravděpodobnostního posudku bezpečnosti, provozuschopnosti a trvanlivosti konstrukcí v normativních předpisech a v projekční praxi, Dům techniky Ostrava, str. 33-38, ISBN 80-02-01489-8.
- [2] JANAS, P., KREJSA, M., 2002 'Numerický výpočet pravděpodobnosti užitím useknutých histogramů při posuzování spolehlivosti konstrukcí', sborník vědeckých prací VŠB-TUO, ročník II, č.1, str. 47-58, ISBN: 80-248-0397-6, ISSN 1213-1962.
- [3] JANAS, P., KREJSA, M., 2002 'Simulace spolehlivosti konstrukcí přímým pravděpodobnostním výpočtem', International conference: „New trends in statics and dynamics of buildings, Slovak university of technology in Bratislava, Faculty of civil engineering, edited by J.Králik, ISBN 80-227-1790-8.

- [4] MAREK, P., GUŠTAR, M., ANAGNOS, T., 1995 'Simulation – Based Reliability Assessment for Structural Engineers', CRC Press., Inc., U.S.A., ISBN 0-8493-8286-6.
- [5] JANAS, P., KREJSA, M., 2004 'Analýza optimalizačních kroků přímého determinovaného pravděpodobnostního výpočtu a jejich využití při posuzování spolehlivosti konstrukce', III. mezinárodní konference „Nové trendy v statice a dynamice stavebních konstrukcí“, str. 247 až 254, Stavební fakulta STU v Bratislavě, ISBN: 80-227-2116-6.
- [6] JANAS, P., KREJSA, M., 2005 'Výpočet pravděpodobnosti poruchy přímým determinovaným pravděpodobnostním výpočtem', sborník VI. konference „Spolehlivost konstrukcí“ na téma „Od deterministického k pravděpodobnostnímu pojetí inženýrského posudku spolehlivosti konstrukcí“, Dům techniky Ostrava, str. 99 až 108 (10 stran), ISBN: 80-02-01708-0.
- [7] JANAS, P., KREJSA, M., KREJSA, V., 2005 'Aplikace přímého determinovaného pravděpodobnostního výpočtu v programu ProbCalc', sborník abstraktů VII. konference s mezinárodní účastí „Staticko-konstrukční a stavebno-fyzikální problémy stavebních konstrukcí“, str. 31 a 32 (2 strany), ISBN 80-7099-742-7 (CD s příspěvky, ISBN 80-8073-404-6).
- [8] ČSN 73 1401, 'Navrhování ocelových konstrukcí', Český normalizační institut, 1998, Praha.
- [9] NOVÁK, D., VOŘECHOVSKÝ, M., RUSINA, R., 2003 'Small-Sample Probabilistic Assessment – FREET Software, Applications of Statics and Probability in Civil Engineering', Der Kiureghian, Madanat & Pestana (eds), Millpress, Rotterdam, ISBN 90 5966 004 8.
- [10] KRÁLIK, J., 2005 'Probability Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Containment Integrity Considering Degradation Effects and High Internal Overpressure', sborník mezinárodní konference VSU'2005, Sofia, Bulharsko, str. 153 až 158 (6 stran), ISBN 954-331-003-3.
- [11] VÁCLAVEK, L., MAREK, P., 2000 'Posudek pravděpodobnosti poruchy ocelové nosné soustavy s přihlédnutím k montážním tolerancím', I. ročník konference Spolehlivost konstrukcí na téma: Rozvoj koncepcí posudku spolehlivosti stavebních konstrukcí, Dům techniky Ostrava, str.41-46, ISBN 80-02-01344-1.
- [12] FAJKUS, M., 1998 'Useknuté histograme napětí na mezi kluzu', VÚHŽ, 739 51 Dobrá.
- [13] JANAS, P., KREJSA, M., 2004 'Přímý determinovaný pravděpodobnostní výpočet a jeho využití při posuzování spolehlivosti konstrukcí', sborník příspěvků I. celostátní konference „Pravděpodobnost porušování konstrukcí“, Ed.: Novák, D., Vejvoda, S., str.97 až 106, FAST VUT v Brně, ISBN: 80-214-2718-3.
- [14] JANAS, P., KREJSA, M., KREJSA, V., 2006 'Optimalizace výpočtu v programovém systému ProbCalc', sborník příspěvků mezinárodní konference „Modelování v mechanice“, str. 47 a 48 (plné znění na přiloženém CD), ISBN: 80-248-1035-2.
- [15] JANAS, P., KREJSA, M., KREJSA, V., 2006 'Structural Reliability Assessment Using Direct Determined Probabilistic Calculation', 3rd International ASRANet Colloquium 2006, Glasgow, UK, v tisku.

Reviewer: Prof. RNDr. Radim Blaheta, CSc.